

Suullinen selittäminen matemaattisen ongelmanratkaisun tukena

Susanna Viitala

Pro gradu -tutkielma
toukokuu 2019

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
TURUN YLIOPISTO

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -järjestelmällä.

Viitala, Susanna: Suullinen selittäminen matemaattisen ongelmanratkaisun tukena

Pro gradu -tutkielma, 27 s.

Matematiikka

toukokuu 2019

Tässä kirjallisuuskatsauksessa pyritään kartoittamaan suullisen selittämisen hyötyjä matematiikan oppimisessa ja ongelmanratkaisuprosessin aikana oppilaan ja opettajan kannalta. Lisäksi tarkastellaan selityksen laadun vaikutusta oppimiseen ja suullista selittämistä kohtaan esitettyä kritiikkiä.

Esitelyjen tutkimusten perusteella ongelmanratkaisuprosessin aikainen suullinen selittäminen vaikuttaa edistävän oppimista sekä perustehtävien että soveltavien tehtävien osalta. Kaikenlainen selittäminen ei kuitenkaan ole hyödyllistä, vaan selitysten pitäisi perustua päättelyyn ja perusteluun eikä pinnallisiin ajatuksiin. Selittäminen on pelkkää ääneen ajattelua tehokkaampaa ja sitä kannattaa harjoitella mahdollisimman hyvien oppimistulosten saavuttamiseksi. Itse luodun ratkaisun selittäminen voi kuormittaa proseduraalista muistia ja heikentää selittämisen hyötyä. Sen sijaan valmiin esimerkkiratkaisun selittäminen on itse luodun ratkaisun selittämistä tehokkaampaa ja myös väärin ratkaisujen selittämistä kannattaa hyödyntää opiskelussa.

Suullisella selittämisellä voidaan tuoda monipuolisuutta myös arviointiin. Suullinen arviointitilanne voi olla tehokas oppimistilanne, jossa palautetta voidaan antaa välittömästi ja myös opettaja voi selvittää oppilaan todellisen taitotason ja muokata sen avulla myös omaa opetustyötään. Muille selittäminen auttaa oppilasta täsmentämään ja jäsentämään omaa ajatteluaan ja näin kehittämään omia ratkaisustrategioitaan. Lisäksi muut oppilaat hyötyvät toisten ratkaisustrategioiden kuuntelemisesta ja voivat reflektoida omaa ajatteluaan.

Oleellista suullisessa selittämisessä ei ole itse selityksen luominen, vaan ajattelun muuttaminen prosessorientoituneeksi ja selityksen ymmärtäminen. Selittäminen voi kuitenkin auttaa muuttamaan ajattelua ja suullisella ilmaisulla oppilaan todellisesta ymmärryksen tasosta saadaan arvokasta tietoa.

Asiasanat: matematiikka, selittäminen, ongelmanratkaisu.

Sisältö

1	Johdanto	1
2	Selittäminen käsitteenä	3
3	Selittämisen hyödyt	5
3.1	Hyödyt ja niihin vaikuttavat tekijät	5
3.2	Vaikutus käsitteelliseen ja proseduraaliseen oppimiseen	9
3.3	Selityksen laatu	11
3.4	Arviointi	14
3.4.1	Oppilas	14
3.4.2	Opettaja	16
4	Kritiikkiä	19
5	Johtopäätökset	22

1 Johdanto

Perusopetuksen opetussuunnitelman (2014) mukaan matematiikan opetuksen tulisi kehittää oppilaan kykyä ilmaista matemaattista ajattelua sekä konkreettisin välinein, suullisesti, kirjallisesti että piirtäen ja kannustaa oppilasta esittämään päättelyään ja ratkaisujaan muille näiden kykyjen turvin. Keskeistä opetuksessa on vahvistaa oppilaiden päättelykykyä ja taitoa perustella sekä rohkaista täsmälliseen matemaattiseen ilmaisuun suullisesti ja kirjallisesti. Oppilailla tulee olla mahdollisuuksia ratkaista ongelmia yksin ja ryhmässä vertaillen erilaisia ratkaisutapoja ja keskustellen niistä. Myös matematiikan arvioinnissa oppilaan osaamisen ja ymmärtämisen tasoa tulisi arvioida monipuolisesti ja oppilailla tulisi olla mahdollisuus esittää osaamistaan eri tavoin. (Opetushallitus 2014).

Tätä päättelykykyä ja taitoa perustella sekä monipuolisuutta matemaattisen ajattelun ilmaisuun ja arviointiin voitaisiin edistää esimerkiksi suullisen selittämisen avulla. Vaikka matematiikka on perinteisesti ollut oppiaine, jossa käsitettä tai proseduuria harjoitellaan mekaanisesti kirjallisten tuotosten avulla, suullisella ilmaisulla matematiikan oppimiseen voidaan tuoda monipuolisuutta ja laajempaa näkökulmaa sekä opiskeluun (Carter ym. 2016; Nelson 2010) että arviointiin (Boedingheimer ym. 2015; Odafe 2006). Koska jokaisen oppilaan vahvuudet ovat erilaiset, monipuolisemmat oppimistavat takaisivat myös tasavertaisemman arvioinnin (Boedingheimer ym. 2015; Hwang ym. 2006; Odafe 2006; Soto ja Ambrose 2016).

Valitsin pro gradu -tutkielmani aiheeksi matematiikan suullisen selittämisen, koska matematiikkaa lasketaan usein mekaanisten periaatteiden avulla sen kummemmin ymmärtämättä, mitä todella lasketaan tai miksi. Mielestäni suulliset selitykset ovat oleellinen osa matematiikan oppituntia ja jokainen yhteisesti tehty tehtävä ja ratkaisun vaiheen merkitys tulee selittää niin kirjallisesti kuin suullisestikin. Opettajana saan arvokasta tietoa oppilaan taitotasosta hänen selittäessään, miksi ratkaisu on päätetty tehdä niin kuin se on tehty ja pystyn myös sen tiedon avulla harkitsemaan tulevien oppituntien aiheita ja ryhmän oppilaiden heikkouksia ja vahvuuksia. Pelkästään kirjallisen arvioinnin perusteella samaa tietoa ei saa, koska kirjallinen esitys ei välttämättä vastaa ymmärryksen tasoa.

Tässä kirjallisuuskatsauksessa pyritään selvittämään, mitä vaikutuksia suullisella selittämisellä on matemaattisessa ongelmanratkaisuprosessissa ja oppimisessa, millaisella selittämisellä saadaan tehokkaita oppimistuloksia, miten suullinen selittäminen kuuluu osaksi arviointia ja millaista kritiikkiä suullista

selittämistä kohtaan on esitetty.

Katsauksen tutkimusaineisto on kerätty yliopiston tarjoamien tietokantojen EBSCO, JSTOR, MathEduc ja SpringerLink sekä yleisen tietokannan Google Scholarin avulla. Hakua rajattiin sopivilla hakusanoilla, kuten *math* ja *self-explanation* tai *verbalization*. Hakusanoja korvattiin toisilla vastaavilla sanoilla ja haun sanayhdistelmiä vaihdeltiin, jotta tutkimusaineistosta saataisiin mahdollisimman kattava. Aineistoa on täydennetty haun avulla löydettyjen tutkimusartikkelien lähdeluetteloiden kautta löytyneiden artikkelien avulla. Vastaavasti myös uusien artikkelien lähdeluettelot tarkistettiin sopivien artikkelien varalta.

Valitut artikkelit käsittelevät matematiikan suullisen selittämisen vaikutuksia ongelmanratkaisussa ja oppimisessa sekä oppilaan että opettajan näkökulmasta. Katsaukseen on valittu tutkimukset, joissa selittämisen vaikutuksia tutkitaan ongelmanratkaisuprosessin ja valmiin esimerkin opiskelun aikana sekä tutkimukset, joissa tutkitaan näiden selitysten laatuun liittyviä tekijöitä. Myös suullista arviointitilannetta koskevat tutkimukset on otettu mukaan. Rajasin aineistoa jättämällä pois tutkimukset, joissa ei puhuta tutkittavan äidinkieltä tai jotka käsittelevät ainoastaan oppilaiden välistä ryhmäkeskustelua tai vertaisoppimista.

Kirjallisuuskatsaus etenee seuraavasti. Toisessa luvussa määritellään selittäminen käsitteenä ja vertaillaan sitä suomenkieliseen käsitteeseen *kielentäminen*. Kolmannessa luvussa esitellään tutkimuksissa havaittuja selittämisen hyötyjä ja niihin vaikuttavia tekijöitä, selittämisen vaikutusta käsitteelliseen ja proseduraaliseen oppimiseen sekä selityksen laadullisten ominaisuuksien vaikutuksia oppimiseen ja ongelmanratkaisuprosessiin. Selittämisen hyötyjä tarkastellaan myös arvioinnin näkökulmasta sekä oppilaan että opettajan kannalta. Neljännessä luvussa käsitellään tutkimuksissa esitettyä kritiikkiä suullista selittämistä kohtaan. Viidennessä luvussa tarkastellaan tutkimuksien perusteella koottuja johtopäätöksiä ja pohditaan suullisen selittämisen käyttöä osana opetusta.

2 Selittäminen käsitteenä

Ericsson ja Simon (1998) jakavat ajatusten verbalisaation ongelmanratkaisun aikana kahteen tyyppiin: ääneen ajatteluun ja selittämiseen. Ääneen ajattellessa pyritään yksinkertaisesti ajattelemaan ääneen puhuen omista ajatuksista kuvailematta tai selittämättä niitä sen tarkemmin. Tällainen verbalisaatio kuvastaa hyvin sen hetkistä ajatuksenjuoksua, koska kaikki ajatukset sanotaan ääneen. Selittäminen puolestaan perustuu juuri omien ajatusten kuvailuun ja selventämiseen. Tämä yritys selittää ajatuksia voi muuttaa ajatusten sarjaa ja johtaa uusiin ajatuksiin tai ylimääräiseen ymmärtämistä selkeyttävään kuvailuun. Vaikka selittäminen ei välttämättä kuvasta spontaania ajattelua kovinkaan tarkasti, sen avulla päättelyä voidaan muokata johdonmukaisemmaksi ja reflektioivammaksi. Selittäminen on myös ääneen ajattelua sosiaalisempi prosessi, koska se muotoutuu paljolti tietojen ja taitojen perusteella, mitkä puolestaan ovat koko elämän mittaisen sosiaalisen vuorovaikutuksen tulosta. Selittämisessä käytettävä kieli ja sanasto heijastavat selittäjälle ominaista kulttuuria, eikä esimerkiksi matemaattisia prosesseja käytetä, elleivät ne ole omasta kulttuurista tuttuja.

Tällaista selittämisen ilmiötä (eng. *self-explanation*) eli selityksien luomista itselle on tutkittu paljon. Chi, Bassok, Lewis, Reimann ja Glaser (1989) totesivat, että opiskelija oppii ja ymmärtää esimerkin selittäessään sen itselleen. Valmiita esimerkkejä selittäessä selitetään itselle jokaisen vaiheen jälkeen, mitä ymmärretään. Tällaiset selitykset ovat tärkeitä ja tarpeellisia, koska esimerkit tyypillisesti sisältävät sarjan selittämättömiä toimenpiteitä ja oppiakseen ymmärryksellä opiskelijan on tarjottava selityksiä, miksi tietyt toimenpiteet on tehty. Vasta tämän jälkeen opittua menetelmää voi soveltaa erilaisiin ongelmiin, jotka eivät täysin vastaa esimerkkitehtävää. Tutkijoiden mukaan ymmärtäminen vaatii tietoista yritystä selvittää, miten esimerkissä ilmenevät menetelmät toteutetaan. Selittäminen tarjoaa kokonaisvaltaisen kuvan osaamisesta ja ymmärryksestä, koska sen aikana päätellään ja selostetaan jokaisen esimerkissä esitetyn proseduraalisen toimenpiteen ehdot ja seuraukset sekä sovelletaan käsitteellisiä periaatteita ja määritelmiä perusteluna kyseisille toimenpiteille. Useat tämänkin kirjallisuuskatsauksen tutkimuksista perustuvat valmiiden esimerkkien selittämiseen, mutta aineisto sisältää myös itse luotujen esimerkkien selittämiseen perustuvia tutkimuksia.

Selittämistä voidaan verrata suomenkieliseen käsitteeseen *kielentäminen*. Joutsenlahti (2003) on määritellyt kielentämisen matematiikan käsitteen sisällön ilmaisuna. Matemaattinen ajattelu esimerkiksi käsitettä opiskeltaessa

tai ongelmanratkaisuprosessin aikana ilmaistaan siis suullisesti, kirjallisesti, elehtien tai piirtäen. Kielentäessä oppilaan on analysoitava matemaattista ajatteluaan ja pohdittava käsitteen keskeisimpiä piirteitä, jolloin käsitteen ymmärrys syvenee. Lisäksi kielentäessä ajattelu tehdään näkyväksi muille, jolloin toiset oppilaat voivat reflektoida ja kehittää omaa matemaattista ajatteluaan ja opettaja voi sekä arvioida vastauksen sisältöä että reflektoida omaa opetustaan kielentämisen perusteella. Kielentämisen ja suullisen selittämisen käsitteitä ei voida kuitenkaan täysin rinnastaa toisiinsa, koska kielentäminen käsittää oppilaan ilmaisun laajemmin kuin ainoastaan suullisesti. Kielentämisestä koskevat tutkimusartikkelit on jätetty tästä kirjallisuuskatsauksesta pois, koska yksinomaan suullista kielentämistä koskevia tutkimuksia löytyi hyvin vähän enkä löytänyt mielekästä tapaa yhdistää niitä keräämäni selittämistä koskevan aineiston kanssa.

Tässä kirjallisuuskatsauksessa käytetty käsite *selittäminen* koostuu englannin kielen termeistä *self-explanation*, *explanation* ja *verbalisation*. Koska nämä termit ovat hyvin lähellä toisiaan ja tarkoittavat yleisesti jonkin käsitteen tai proseduurin selittämistä suullisesti, termeistä puhutaan jatkossa yhdellä käsitteellä.

3 Selittämisen hyödyt

3.1 Hyödyt ja niihin vaikuttavat tekijät

Tässä kappaleessa esittelen tutkimuksissa havaittuja suullisen selittämisen hyötyjä ongelmanratkaisun ja oppimisen kannalta ja näihin hyötyihin vaikuttavia tekijöitä. Osassa tutkimuksista on hyödynnetty valmiiden esimerkiksi ratkaisujen opiskelua (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Curry 2002; Renkl ym. 1998; Siegler 1995, 2002; Wong ym. 2002). Osassa tutkimuksista on puolestaan tutkittu itse muodostettujen ratkaisujen selittämistä (Boeingheimer ym. 2015; Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Carter ym. 2016; Curry 2002; Higgins 2003; Nelson 2010; Neuman ja Schwarz 2000; Odafe 2006; Rittle-Johnson ym. 2008; Siegler 1995, 2002; Soto 2015; Tajika ym. 2006; Wong ym. 2002).

Selittäminen on ääneen ajattelua tehokkaampi keino ongelmanratkaisun tukena eikä pelkällä ääneen ajattelulla näytä olevan vaikutusta ongelmanratkaisuprosessiin (Berardi-Coletta ym. 1995; Neuman ja Schwarz 1998). Neuman ja Schwarz (1998) vertailivat tutkimuksessaan ääneen ajattelua ja selittämistä analogisen ongelmanratkaisun aikana. Hyvien ongelmanratkaisijoiden ryhmä koostui lähes kokonaan oppilaista, joita oli pyydetty selittämään ongelmanratkaisuprosessia itselleen, ja vastaavasti heikkojen ongelmanratkaisijoiden ryhmä koostui lähes kokonaan oppilaista, joita oli pyydetty ajattelemaan ääneen ongelmanratkaisuprosessin ajan. Berardi-Coletta ym. (1995) tarkastelivat erilaisia selitysmalleja ongelmanratkaisun aikana: metakognitiivinen, ongelmakeskeinen, deduktiivinen päättely ja ääneen ajattelu. Metakognitiiviselta ryhmältä kysyttiin kysymyksiä, joiden avulla keskityttiin oman työn seurantaan ja arviointiin. Samoin ongelmakeskeiseltä ryhmältä kysyttiin ongelman tilaan tai tavoitteeseen liittyviä kysymyksiä. Deduktiivisen päättelyn ryhmässä pyydettiin tuottamaan *jos-niin*-lauseita ja ääneen ajattelun ryhmässä pyydettiin vain ajattelemaan ääneen. Lisäksi kontrolliryhmässä ratkaisut tehtiin hiljaisesti. Tutkimus suoritettiin käyttämällä klassista Hanoin torni -ongelmaa, jossa päällekkäin pinotut levyt täytyy saada siirrettyä tangosta toiseen vain yhtä levyä kerrallaan siirtämällä. Tutkimuksessa havaittiin, että ääneen ajatelleen ryhmän suoritus ei eronnut hiljaisesti työskennelleestä kontrolliryhmästä, mutta ongelman prosessointiin keskittyneet ryhmät suoriutuivat tehtävästä selvästi ääneen ajatelleita paremmin.

Varsinkin heikon oppilaan on todettu hyötyvän selittämisestä matematiikan oppimisessa (Higgins 2003; Renkl ym. 1998). Vaikutus on havaittu sekä lapsilla (Higgins 2003) että aikuisilla (Renkl ym. 1998). Higgins (2003) suoritti tutkimuksen, jossa alakouluikäiset oppilaat laskivat päässälaskuja selittäen ja nimeten samalla käyttämiään ratkaisustrategioita vieressä kuuntelevalle opettajalle. Päässälaskun alku- ja lopputestejä verrattaessa huomattiin, että oppilaiden osaaminen kehittyi merkittävästi tutkimuksen aikana, mutta alun alkaen heikommat oppilaat kehittyivät enemmän suhteessa muihin. Tämä voi tutkijan mukaan johtua siitä, että laskustrategioiden tunnistaminen, nimeäminen ja mallintaminen teki päässä laskemisesta selkeämpää ja siis helpommin opittavaa. Jotta opittu tieto ei unohtuisi, oppilaan tulee pystyä kuvailemaan ratkaisutapansa välttääkseen pelkän algoritmin oppimisen. Renkl ym. (1998) tutkivat pankin harjoitteluohjelman harjoittelijoita, jotka opiskelivat reaalikoron ja koronkoron käsitteitä selittämällä valmiita esimerkkejä. Tutkimuksessa havaittiin, että selitysten tuottaminen edistää oppimista ja varsinkin tutkittavat, joiden alkutiedot olivat heikot, hyötyivät selitysten tuottamisesta. Carter ym. (2016) puolestaan havaitsivat tutkimuksessaan, että suullinen selittäminen tuottaa yhtä hyviä tuloksia sekä alunperin heikoilla että taitavilla opiskelijoilla, kun vertailtiin vapaaehtoihin suullisiin arviointikeskusteluihin osallistuneiden opiskelijoiden kurssisuorituksia niihin, jotka eivät osallistuneet suulliseen arviointiin kertaakaan. Suullisten arviointikeskustelujen vapaaehtoisuus voi kuitenkin viitata siihen, että myös oppilaan opiskelumotivaatiolla on vaikutus kurssin aikaiseen kehitykseen. Lisäksi alkutestissä hyvin menestyneistä oppilaista vain harva ei osallistunut arviointikeskusteluihin, joten kovin luotettavia testituloksia ei saatu alunperin hyvien opiskelijoiden osalta (Carter ym. 2016).

Yleisölle selittäminen vaikuttaa positiivisesti selitysten laatuun, määrään ja selkeyteen verrattuna ainoastaan itselle selittämiseen (Rittle-Johnson ym. 2008; Soto 2015). Positiivinen vaikutus on havaittu pienille lapsille suorite-
tuissa tutkimuksissa sekä todellisen yleisön (Rittle-Johnson ym. 2008) että kuvitteellisen yleisön läsnäollessa (Soto 2015). Rittle-Johnson ym. (2008) tutkivat yleisön vaikutusta oppimiseen ja tiedonsiirtoon. Tutkimuksessa 4–5-vuotiaat ratkaisivat ongelmia, joissa annettua hyönteiskuviota tuli jatkaa oikean värisellä ja muotoisella hyönteisellä. Tutkittavat jaettiin kolmeen ryhmään, joista ensimmäisessä ei vaadittu perustelua vastaukselle, toisessa pyydettiin selittämään ratkaisu itselle ja kolmannessa ratkaisu selitettiin tutkittavan äidille. Tulokset osoittavat, että ylipäätään ratkaisua perustelleet onnistuivat ratkaisemaan enemmän yksinkertaisia tutkimusongelmia, joissa sijoitettiin oikea hyönteinen jonon viimeiseksi, mutta itselle ja äidille ratkaisuaan perustelevien välillä ei huomattu eroa. Sen sijaan äidille selittä-

vät pärjäsivät muita paremmin soveltavissa tehtävissä, joissa jonoon sijoitettiin viimeisen sijaan esimerkiksi toiseksi viimeinen hyönteinen. Myös Soto (2015) tutki yleisön vaikutusta selityksen muodostamiseen. Tutkimuksessa yhdeksän alakoululaista kuvasivat tabletilla ruutukaappauksia, joissa he ratkaisivat sanallisia tehtäviä ja selittivät ääneen ajatteluaan ratkaisun muodostamisen aikana. Ruutukaappauksia tehtiin jokaisesta ongelmasta kaksi, joista ensimmäisessä oppilasta pyydettiin puhumaan ongelmasta, ratkaisusta ja omista ajatuksistaan. Ennen toisen ruutukaappauksen tekoa oppilasta pyydettiin refleктоimaan omaa työtään ja kuvailemaan muutokset, jotka haluttaisiin tehdä hiottuun versioon. Lisäksi oppilasta pyydettiin selittämään ajatteluaan kuten selitettäisiin luokkatoverille. Suurin osa oppilaista osoitti tietoisuutta mahdollisesta yleisöstä. Monet heistä selkeyttivät selityksiään ja opettivat, miten ja miksi ongelma ratkaistaan pelkän ratkaisun näyttämisen sijaan. Oppilaiden saattaa olla helpompi tuoda esille ns. sisäinen opettajansa mahdollisen yleisön edessä.

Valmiin tai jonkun muun kehittämän ratkaisun selittäminen näyttäisi olevan hyödyllisempää kuin oman ratkaisun selittäminen, varsinkin jos oma ratkaisu on toistuvasti väärin (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Siegler 1995). Tutkimuksissa lapset selittivät joko oman tai asiantuntijan ratkaisumallin tyypillisessä Piaget'n säilyvyysongelmassa (Siegler 1995) tai yhteenlaskupelissä (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005). Omaa ratkaisumallia vaativamman ja kehittyneemmän ratkaisumallin selittäminen näyttää tukevan oppimista (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Siegler 1995) ja uusi ratkaisumalli otetaan aikaisemmin ja useammin käyttöön, kun se selitetään (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005). Koska sekä Siegler (1995) että Calin-Jageman ja Horn Ratner (2005) suorittivat tutkimuksensa esikoululaisilla, joten tuloksia ei voida varmasti yleistää kaikille ikäluokille. Lisäksi Siegler (1995) antoi tutkimuksessaan lapsille palautetta omasta ratkaisustaan. Tutkijan mukaan annettu palaute voi olla osittain vastuussa tuloksista, sillä oman ratkaisumallinsa selittäneet saivat palautteen selityksen jälkeen, kun taas asiantuntijan ratkaisumallin selittäneet saivat palautteen omasta ratkaisustaan jo ennen selittämistä. Tutkimuksen perusteella voidaan kuitenkin sanoa, että ratkaisun selittäminen on tehokkaampaa kuin pelkkä palautteen saaminen.

Sekä oikean että väärän vastauksen selittäminen näyttäisi olevan oppimisen kannalta tehokkaampaa kuin pelkän oikean ratkaisun selittäminen (Curry 2002; Siegler 2002). Vaikutus on havaittu sekä lukiolaisilla (Curry 2002) että alakoululaisilla (Siegler 2002), mutta lukiolaisilla suurin kehitys havaittiin helpoissa suoraviivaisissa tehtävissä ja alakoululaisilla puolestaan soveltavissa tehtävissä. Erot tuloksissa voivat kuitenkin selittyä tutkimuksissa käytetyillä

eri tehtävätyypeillä. Curry (2002) tutki selittämisen vaikutusta lukiolaisten ongelmanratkaisukykyyn, kun tutkimuksessa valittiin sanallisen tehtävänannon perusteella oikea kahden muuttujan välistä suhdetta kuvaava yhtälö. Tutkittavat selittivät ryhmästä riippuen joko oman ratkaisunsa, oikean ratkaisun tai sekä oikean että väärän ratkaisun. Jos tutkittavan oma ratkaisu oli väärin, hänelle annettiin valmis oikea ratkaisu selitettäväksi ja toisinpäin. Kaikenkaikkiaan selittämällä havaittiin olevan positiivinen vaikutus oppimistuloksiin, etenkin vaikeaselkoisissa tehtävissä. Opiskelijat, jotka selittivät sekä oikean että väärän ratkaisun, kehittivät pelkästään oikean ratkaisun selittäneitä enemmän helpoissa suoraviivaisissa tehtävissä, joissa toinen muuttujista on ilmaistu suoraan toisen multiplikaattina. Eroa testiryhmien välillä ei huomattu soveltavissa tehtävissä, joissa muuttujien suhde on ilmaistu epäsuorasti tai molemmilla muuttujilla on kerroin.

Siegler (2002) puolestaan havaitsi sekä oikean että väärän ratkaisun selittämisen hyödyt juuri soveltavissa tehtävissä. Tutkimuksessa kolmas- ja neljäsluokkalaiset ratkaisivat yhtälöongelmia, jotka olivat muotoa $A + B + C = _ + C$ (C -tyyppi), $A + B + C = _ + B$ (B -tyyppi) tai $A + B + C = _ + D$ (D -tyyppi). C -tyypin tehtäviä harjoiteltiin tutkimuksen aikana, mutta strategian yleistämistä vaativia B - ja D -tyypin tehtäviä esiintyi ainoastaan lopputestissä. Kaikki ryhmät kehittivät ongelmanratkaisussa huomattavasti, mutta eniten kehittivät ne, jotka selittivät, miksi toinen annetuista ratkaisuista on oikea ja toinen väärä. Tämä ylivoimaisuus johtui siitä, että sekä oikeita että väärä ratkaisuja selittäneet oppilaat osasivat soveltaa harjoittelusta saamiaan tietoja vaativammissa tehtävissä. Ratkaisun selittäminen vaikuttaa kannustavan oppilasta miettimään lopputuloksen luotettavuutta. Sen lisäksi, että oikean ratkaisun selittäminen vahvistaa oikeaa ratkaisumallia, väärän ratkaisun selittäminen heikentää väärää ratkaisumallia.

Selittäminen voi olla erityisen käytännöllistä sanallisessa ongelmanratkaisussa (Neuman ja Schwarz 2000; Tajika ym. 2006). Selittäminen voi tukea tiedon välittämistä sanallisesta muodosta toiseen, esimerkiksi taulukkomuotoon (Neuman ja Schwarz 2000). Positiivisia tuloksia on löydetty sekä aiemmin harjoiteltujen kaltaisten (Neuman ja Schwarz 2000) että soveltavampien tehtävien osalta (Tajika ym. 2006). Neuman ja Schwarz (2000) erottelivat tutkimuksessaan kolme erilaista selittämistyyppiä: kategorinen, deduktiivinen ja määrittelevä. Kategorisella selittämällä tarkoitetaan annettujen arvojen sijoittamista taulukkoon, deduktiivisella uuden väitteen päättelyä olemassa olevista väitteistä ja määrittelevällä uuden muuttujan määrittelemistä. Suurin osa ongelmanratkaisun esteistä liittyi tehtävän sanallisen muodon muuttamisessa taulukkomuotoon. Kategorisen selittämisen huomattiin edistävän

ongelmanratkaisuprosessia, koska taulukon rakentaminen perustui suuresti oppilaan kykyyn ryhmitellä lukuarvoja taulukkoon ja kategorinen selitys tukee sekä tiedon luokittelua että välittämistä.

Selittämisestä on havaittu olevan hyötyä harjoitustehtäviä muistuttavia tehtäviä ratkaistessa (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Curry 2002; Nelson 2010; Renkl ym. 1998; Rittle-Johnson ym. 2008; Siegler 2002). Samanlainen hyöty on havaittu myös soveltavampia siirtovaikutusta mittaavia tehtäviä tehdessä (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Curry 2002; Nelson 2010; Rittle-Johnson ym. 2008; Siegler 2002; Tajika ym. 2006; Wong ym. 2002). Selittäminen näyttäisi tukevan uuden asiantuntijalta opitun ratkaisustrategian soveltamista sekä samanlaisiin että uusiin tehtäviin (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005). Soveltavia tehtäviä selittäessä erityisesti yleisön läsnäolo näyttäisi olevan hyödyllistä, koska kuuntelijan läsnäollessa joudutaan tuottamaan ratkaisutavoista yksityiskohtaisempia kuvauksia ja yleistettävämpiä sääntöjä, mikä toisaalta johtaa tehokkaampaan tiedon soveltamiseen (Rittle-Johnson ym. 2008). Myös selittämisen harjoittelun on havaittu tehostavan oppimista eniten juuri soveltavien tehtävien osalta (Wong ym. 2002). Käsitteen selittäminen parantaa sen ymmärrystä ja voi helpottaa sen soveltamista uudentyyppisiin tehtävätyyppeihin (Nelson 2010). Tutkimuksissa on löydetty eroja tehtävätyypin mukaan sanallisissa tehtävissä (Neuman ja Schwarz 2000; Tajika ym. 2006) sekä oikeaa ja väärää ratkaisua selittäessä (Curry 2002; Siegler 2002). Tajika ym. (2006) eivät havainneet selittämällä olevan samanlaista hyötyä harjoitustehtävien kaltaisten tehtävien parissa kuin Renkl ym. (1998), mutta tutkijat arvelevat sen johtuvan siitä, että oppilaita ei ohjattu hyvien selitysstrategioiden pariin eivätkä he saaneet palautetta tuottamistaan selityksistä (kuten Renkl ym. (1998)).

3.2 Vaikutus käsitteelliseen ja proseduraaliseen oppimiseen

Selittämisen on havaittu vaikuttavan sekä proseduraalisen tiedon ja sen siirtovaikutuksen että käsitteellisen tiedon kehitykseen. Proseduraalisella tiedolla ja sen siirtovaikutuksella tarkoitetaan jonkin menettelytavan osaamista ja sen yleistämistä soveltaviin tehtäviin ja käsitteellisellä tiedolla käsitteiden merkityksen ymmärtämistä. Tässä kappaleessa määritellään tarkemmin selittämisen ja erilaisten ohjeistuksien vaikutuksia sekä proseduraaliseen että käsitteelliseen oppimiseen.

Selittäminen vahvistaa proseduraalista oppimista ja tiedonsiirtoa (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Curry 2002; Renkl ym. 1998; Rittle-Johnson 2006; Siegler 2002; Tajika ym. 2006). Selittämisen epäillään toimivan välittäjänä tiettyä proseduuria opetellessa (Higgins 2003; Neuman ja Schwarz 2000). Valmiin ratkaisustrategian opetteleminen ei tuota toivottua tulosta, jos sitä ei ymmärretä eikä sitä osata soveltaa erilaisiin tehtävätyyppeihin. Valmiin ulkoisen representaation käyttäminen voi rasittaa oppimista, jos oppilas käyttää ulkoa opittua taktiikkaa ymmärtämättä sen sisältöä. Selittäminen voi kuitenkin tukea sisäisen representaation rakentumista ja täten toimia välittäjänä oppimisessa ja ongelmanratkaisuprosessissa (Neuman ja Schwarz 2000). Higgins (2003) totesi laskemisen helpottuvan, kun laskustrategiat tunnistetaan, nimetään ja mallinnetaan. Näin vältetään pelkän algoritmin ulkoa oppiminen ja opitaan ratkaisustrategian merkitys.

Positiivinen vaikutus proseduraaliseen oppimiseen havaitaan sekä proseduraalisen ohjeistuksen yhteydessä (Rittle-Johnson 2006) että ilman proseduraalista ohjeistusta (Matthews ja Rittle-Johnson 2009). Molemmissa tutkimuksissa hyödynnettiin samanlaisia yhtälöihin liittyviä ongelmanratkaisutehtäviä (kuten Siegler 2002). Rittle-Johnson (2006) vertasi tutkimuksessaan neljää ryhmää, joista kahdelle annettiin ohjeistus eli opetettiin strategia ongelmien ratkaisemiseksi ja kahdessa ratkaisumenetelmä keksittiin itse. Ohjeistuksen saaneista ryhmistä toinen opiskeli selittäen ja toinen hiljaisesti ja vastaavasti toimittiin myös menetelmän keksivien ryhmien kohdalla. Tutkimuksen mukaan selittäminen johti parempiin oppimistuloksiin riippumatta siitä, oliko oppilaalle annettu suora ohjeistus vai ei. Oppilaat, jotka selittivät ja joille ei annettu proseduraalista ohjeistusta, onnistuivat keksimään useitakin oikeita ratkaisumenetelmiä. Selittäminen vahvisti proseduraalista tiedonsiirtoa ja oppilaat jotka selittivät, osasivat soveltaa oppimaansa menettelytapaa *B*- ja *D*-tyypin tehtäviin. Selittäminen myös tuki opitun säilymistä pidemmällä aikavälillä. Matthews ja Rittle-Johnson (2009) jakoi tutkimuksessaan viidesluokkalaiset kahteen ryhmään ohjeistuksen mukaan. Ensimmäiselle ryhmälle annettiin proseduraalinen ohjeistus eli opetettiin tehtäviin sopiva ratkaisustrategia. Toiselle ryhmälle annettiin käsitteellinen ohjeistus eli opetettiin yhtäsuuruusmerkin merkityksestä. Erilaisia ohjeistuksia verrattaessa käsitteellisen ohjeistuksen huomattiin johtavan yhtäläiseen proseduraalisen tiedon ja sen soveltamisen kehitykseen, mutta parempaan käsitteellisen tiedon kehitykseen. Käsitteellisen ohjeistuksen saaneet oppilaat tuottivat enemmän käsitteellisiä selityksiä, mikä viittasi tiedon syvempään ymmärrykseen.

Myös muissa tutkimuksissa selittämisen on huomattu tukevan sekä proseduraalisen että käsitteellisen tiedon kehitystä (McEldoon ym. 2012; Nelson 2010). Käsitteiden selittäminen ja niistä keskusteleminen muiden kanssa syventää oppimista ja helpottaa niiden soveltamista (Nelson 2010). Tutkijan mukaan kehitys proseduraalisella tasolla viittaa siihen, että syvempi käsitteellinen ymmärrys johtaa toimintamallien yleistämisen helpottumiseen. (McEldoon ym. 2012) havaitsi selittämisen eron olevan melko vaatimaton verrattuna lisätehtävien tekemiseen, mutta selittämällä oli kuitenkin havaittava positiivinen vaikutus proseduraalista tiedonsiirtoa mittaavissa tehtävissä.

Nathan, Mertz ja Ryan (1994) puolestaan saivat tutkimuksessaan päinvastaisia tuloksia. Tutkimuksessa arvioitiin selittämisen vaikutuksia sekä käsitteellisen että proseduraalisen tiedon oppimisen kannalta. Käsitteellistä tietoa mittaamaan käytettiin sanallisia tehtäviä ja proseduraalista tietoa mittaamaan käytettiin yhtälönratkaisutehtäviä. Yliopisto-opiskelijoita pyydettiin selittämään sekä valmiiden esimerkkien ratkaisuvaiheita että itse luomiensa ratkaisujen vaiheita. Ratkaisun selittäneet osoittivat lopputestissä suurempaa kehitystä sanallisten tehtävien osaamisessa verrattuna kontrolliryhmään, jossa ratkaisun vaiheet ainoastaan luettiin ääneen, mutta erot yhtälönratkaisutehtävissä olivat vaatimattomampia. Sanallisten tehtävienkin osalta hyödyt rajoittuivat valmiiden esimerkkien selittämiseen. Tutkijoiden mukaan tämä löydös voi johtua siitä, että kognitiiviset resurssit eivät riitä käsittelemään sekä itse ratkaisun luomista että sen selittämistä samanaikaisesti. Tutkimuksen mukaan selittäminen sopii kuitenkin hyvin käsitteellisten tehtävien tueksi, vaikka hyödyt proseduraalisen tiedon kehittymisessä ovat vähäisiä. Varsinkin jos oma ratkaisu on toistuvasti väärin, valmiiden ratkaisujen selittämisen on todettu olevan omien ratkaisujen selittämistä tehokkaampaa (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005; Curry 2002; Renkl ym. 1998; Siegler 1995, 2002) ja tämän takia etenkin harjoittelussa kannattaa käyttää apuna valmiiksi ratkaistuja esimerkkejä kognitiivisen kuorman pienentämiseksi (Nathan ym. 1994).

3.3 Selityksen laatu

Selityksen laadulla näyttää olevan suuri merkitys oppimisessa eikä kaikenlainen selittäminen ole oppimisen kannalta hyödyllistä. Jotta selittäminen olisi tehokasta, sen laatuun tulee siis kiinnittää huomiota. Tässä kappaleessa erotellaan hyvien ja heikkojen ongelmanratkaisijoiden käyttämiä selitysmenetelmiä, laadukkaan selityksen piirteitä sekä selityksen harjoittelun merkitystä

sen laadun kannalta.

Hyvien ja heikkojen ongelmanratkaisijoiden selitysmalleja on vertailtu useissa tutkimuksissa (Berardi-Coletta ym. 1995; Neuman ja Schwarz 1998; Neuman ym. 2000; Renkl 1997; Tajika ym. 2006). Hyvät selitysmallit viittaavat usein syvällisempään ja prosessorientoituneempaan ajatteluun (Berardi-Coletta ym. 1995; Matthews ja Rittle-Johnson 2009; Neuman ja Schwarz 1998; Tajika ym. 2006). Syvälliseen ratkaisukeskeiseen ajatteluun viittaaviksi malleiksi luokitellaan esimerkiksi päättely ja perustelu (Berardi-Coletta ym. 1995; Neuman ja Schwarz 1998; Neuman ym. 2000; Tajika ym. 2006), matemaattisiin periaatteisiin vetoaminen (Renkl 1997), kysymykseen *miksi* vastaaminen (Calin-Jageman ja Horn Ratner 2005), ennakointi (Renkl 1997) ja käsitteellisten selitysten tuottaminen (Matthews ja Rittle-Johnson 2009). Renkl (1997) havaitsi, että oppimistuloksia pystyttiin ennustamaan huomattavan hyvin selitysten piirteitä tarkkailemalla ja hyviä oppimistuloksia ennustivat juuri ennakoiva päättely, tavoite-tekijä-yhdistely ja periaatteisiin perustuva selitys. Ennakoivalla päättelyllä tarkoitetaan laskemista ennen valmiin ratkaisun katsomista, tavoite-tekijä-yhdistelyllä tavoitteen ja siihen ohjaavan tekijän toteamista ja periaatteisiin perustuvalla selityksellä johonkin matemaattiseen sääntöön viittaamista. Selityksen piirteet eivät korreloi merkittävästi alkutietojen kanssa, lukuunottamatta ennakoivaa päättelyä, joten oppimisen kannalta onnistuineiden selitysten luominen ei siis näytä riippuvan tutkittavan taitotasosta.

Hyvä selittäminen liittyy myös läheisesti ratkaisuprosessia kontrolloivaan toimintaan (Berardi-Coletta ym. 1995; Neuman ym. 2000). Hyvät ongelmanratkaisijat perustelevat suunnittelemaansa ratkaisun vaiheita, täsmäntävät tavoitteitaan suunnitteleamalla ratkaisua ja valvovat toimintaansa perustelemalla suunnitelmiaan (Neuman ym. 2000). Kysymykset, joiden avulla keskitytään oman työn seurantaan ja arviointiin voivat parantaa selitysten laatua, mikä on hyödyksi varsinkin vaikeampien ongelmien kohdalla. Prosessiin keskittyminen tehostaa ongelmanratkaisua ja auttaa siirtämään opitun tiedon soveltavampiinkin ongelmiin (Berardi-Coletta ym. 1995).

Heikot selitysmallit viittaavat puolestaan pinnallisempaan ajatteluun (Neuman ja Schwarz 1998; Neuman ym. 2000). Tällaisiksi malleiksi luokitellaan esimerkiksi ongelman uudelleenmuotoilu (Neuman ja Schwarz 1998), passiivisuus tai selitysten vähäinen määrä (Renkl 1997; Tajika ym. 2006) ja ratkaisun vaiheiden toistaminen (Tajika ym. 2006). Itse ratkaisuprosessia ei myöskään osata kontrolloida ja keskittyminen ohjautuu pikemminkin omien selityksien selventämiseen eikä toiminnan perusteluun, mikä viittaa siihen, että omaa

selitystä ei ymmärretä (Neuman ym. 2000). Pelkkä ääneen ajattelu ei myöskään ole tehokasta selittämistä eikä Berardi-Coletta ym. (1995) havainnut ääneen ajattelulla olevan eroa hiljaiseen työskentelyyn, koska ilman kehoitusta ei tavallisesti tuoteta prosessorientoituneita selityksiä. Samoin ongelmakeskeisyys eli ongelman tilaan tai tavoitteeseen liittyviin kysymyksiin vastaaminen ei johda hyviin oppimistuloksiin, koska ongelmakeskeisyys saattaa haitata ratkaisun muodostamista. (Berardi-Coletta ym. 1995). Myös negatiivisen seurannan, eli kaikkien ymmärtämättömyyttä osoittavien ilmaisujen, on huomattu viittaavan heikkoihin oppimistuloksiin (Renkl 1997).

Selittämistä voidaan kuitenkin harjoitella ja harjoittelun onkin huomattu parantavan oppimistuloksia merkittävästi (Renkl ym. 1998; Wong ym. 2002). Kysymysten ja kehoitusten avulla oppilasta voidaan auttaa luomaan laadukkaita selityksiä (Berardi-Coletta ym. 1995). Renkl ym. (1998) tarkastelivat pankin harjoitteluohjelman harjoittelijoiden oppimista reaalikoron ja koronkoron käsitteistä. Harjoittelijat jaettiin neljään ryhmään esimerkkien monimuotoisuuden (yhtenäiset vs. erilaiset) ja selitysten aikaansaamisen (spontaanisti vs. aikaansaatu) perusteella. Yhtenäiset esimerkit koskivat kaikki talletuksia ja erilaiset niiden lisäksi lainoja ja osakkeita. Kaikissa tapauksissa tutkittavien tuli ratkaisua läpikäydessään ajatella ääneen, mutta aikaansaattujen selitysten ryhmässä annettiin erikseen opetusta selittamisestä antamalla vinkkejä, miten toimitaan vaihe vaiheelta edeten pienin tavoittein. Parhaiten menestyivät ne, joille annettiin opetusta hyvien selitysten aikaansaamiseksi. Tutkittavalle esitettyjen esimerkkien monimuotoisuus ei vaikuttanut oppimistuloksiin niissä ryhmissä, joissa laadukasta selittämistä oli harjoiteltu. Kuitenkin erilaiset esimerkit johtivat huonoihin oppimistuloksiin niissä ryhmissä, joissa selitykset luotiin spontaanisti. Selittämisen harjoittelulla voidaan siis parantaa opitun tiedon soveltamista.

Myös Wong ym. (2002) vertaili tutkimuksessaan spontaanin ja harjoittelun selittämisen eroja oppimistuloksissa. Yhdeksäsluokkalaiset jaettiin kahteen ryhmään, joista molemmissa selitettiin geometrian teoreeman todistus, valmiin esimerkin ratkaisuvaiheita sekä omien ratkaisujen vaiheita ääneen. Ainoastaan toinen ryhmä sai tämän lisäksi työskentelyä helpottavia kysymyksiä, kuten *'Miten tämä uusi tieto auttaa minua ratkaisemaan ongelman?'*. Näillä kysymyksillä kannustettiin analysoimaan tekstiä, selittämään se itselleen ja arvioimaan omaa osaamistaan. Selitysten analyysissa keskityttiin oppilaiden käyttämien tiedonhaun (opitun tiedon käyttäminen), -luomisen (uuden tiedon päättely) ja -hallinnan (kaikki ratkaisun tilaa arvioivat ilmaisut) määriin. Tutkimustulosten mukaan selittämisen harjoittelu lisäsi kaikkien näiden toimien määrää. Testiryhmä suoriutui lopputestistä

huomattavasti paremmin kuin kontrolliryhmä ja suurin ero oppimistuloksissa näkyi soveltavissa tehtävissä. Suoraa vaikutusta selittämisen harjoittelun ja oppimistulosten välillä ei löydetty, mutta epäsuora vaikutus oppimiseen tiedonhaun ja -luomisen aktiivisuuden kautta havaittiin. Parhaiten oppimistuloksia ennusti tiedonluomisen aktiivisuus.

3.4 Arviointi

3.4.1 Oppilas

Monipuolinen arviointi on oleellinen osa opetussuunnitelmaa ja sen avulla voidaan esimerkiksi parantaa erilaisten oppilaiden tasavertaisuutta (Opetushallitus 2014). Sen vuoksi myös suullisen selittämisen tulisi olla kirjallisen arvioinnin tavoin tärkeä osa oppilaan arviointia matematiikassa. Tässä kapaleessa esitellään suullista selittämistä osana arviointia etenkin oppilaan näkökulmasta katsottuna.

Suullinen arviointi mittaa oppilaan taitoja kirjallista arviointia laajemmin (Boedingheimer ym. 2015; Odafe 2006). Boedingheimer ym. (2015) vertasivat tutkimuksessaan kirjallisen ja suullisen kokeen arvosanoja ja tarkastelivat opettajien ja opiskelijoiden tekemiä kvalitatiivisia havaintoja suullisesta arvioinnista. Tutkimuksen mukaan suullinen koe mittaa osittain eri taitojen osaamista kuin muut arviointitavat ja antaa laajemman käsityksen taidoista ja osaamisesta. Joidenkin opiskelijoiden, jotka eivät menesty kirjallisissa kokeissa, on huomattu menestyvän kuitenkin suullisessa kokeessa (Boedingheimer ym. 2015; Odafe 2006).

Suullisesti selittäessä oppilas voi saada välittömästi palautetta suorituksestaan, jolloin arviointitilanne on myös tehokas oppimistilanne (Boedingheimer ym. 2015; Odafe 2006). Suullinen arviointi antaa mahdollisuuden selventää sekä kysymystä että omaa ratkaisuaan koetilanteessa. Opettajalta saatu välitön tuki ja ohjaus mahdollistaa täten vastauksen tuottamisen myös, kun opiskelija ei pääsisi itse tehtävässä eteenpäin (Boedingheimer ym. 2015) ja mahdolliset virheet voidaan korjata välittömästi (Odafe 2006). Oman ratkaisun selittäminen toiselle parantaa omaa ymmärrystä aiheesta, mikä mahdollistaa suullisesta arvioinnista oivan tilanteen oppimiselle (Boedingheimer ym. 2015).

Oppilaat näyttävät valmistautuvan suulliseen arviointiin kirjallista paremmin ja opiskelevan aiheita syvällisemmällä tasolla (Boedingheimer ym. 2015; Odafe 2006). Tämä saattaa johtua siitä, että opiskelijat eivät tahdo nolata itseään opettajan edessä (Boedingheimer ym. 2015). Monet opiskelijat kuitenkin kokevat suullisen arviointikuulustelun kirjallista miellyttävämpänä. Odafe (2006) tutki oppilaiden mielipiteitä suullisesta arviointikuulustelusta korkeakoulumatematiikan kurssilla. Tutkimuksessa kolmen hengen ryhmä osallistui kurssin suulliseen kuulusteluun, jossa aiemmin annettuja tehtäviä tehtiin taululle ja oma ratkaisu selitettiin ohjaajalle. Opiskelijalle esitettiin kysymyksiä, kuten *'Miksi teit noin?'*, *'Miten muuten olisit voinut ratkaista ongelman?'* tai *'Onko vastauksesi järkevä?'*. Jos opiskelija ei pystynyt vastaamaan, ryhmän muut jäsenet saivat auttaa. Tutkimuksessa kerättiin opiskelijoiden mielipiteitä ja tutkijan havaintoja suullisesta kuulustelusta. Opiskelijoiden mukaan suullisen kuulustelun hyötyjä ovat esimerkiksi kuulustelun aikana löytyvät uudet ratkaisustrategiat sekä virheiden löytäminen ja niiden välitön korjaaminen. Arviointi koettiin virkistävän erilaisena ja yhdessä työskentelyn koetaan vastaavan enemmän todellista tilannetta. Haittapuolia olivat hermostuneisuus ja pelko toisten pettämisestä, kokeeseen kulunut aika, heikkotasoinen ryhmä ja selittämisen vaikeus.

Selittämisen on havaittu tehostavan etenkin alkutiedoiltaan heikon oppilaan oppimista (Higgins 2003; Renkl ym. 1998) ja vapaaehtoisia arviointikuulusteluja onkin käytetty hyväksi heikoimpien opiskelijoiden opetuksessa ja arvioinnissa (Carter ym. 2016; Nelson 2010). Nelson (2010) käytti tutkimuksessaan arviointikeskusteluja, joissa keskusteltiin tulevaan kirjalliseen kokeeseen liittyvistä aiheista selittäen niitä muille ryhmäläisille. Tutkimuksessa keskityttiin selittämään *miksi* ja *miten* ratkaisu muodostuu. Carter ym. (2016) käytti samankaltaisia tilaisuuksia, joissa ratkottiin matematiikan tehtäviä ensin itsenäisesti. Opiskelijoilta kysyttiin ohjaavia kysymyksiä ja heitä pyydettiin selittämään ratkaisunsa vaiheet arvioinnin ohjaajalle ja ryhmän muille jäsenille. Suulliseen arviointiin osallistuneet opiskelijat suoriutuivat kurssin lopukokeesta paremmin (Carter ym. 2016; Nelson 2010) ja osallistumiskertojen määrällä näytti olevan positiivinen vaikutus arvosanaan (Carter ym. 2016).

Selittäminen on sosiaalinen tapahtuma ja esimerkiksi yleisön läsnäolon on todettu vaikuttavan selityksen laatuun ja oppimiseen positiivisesti (Rittle-Johnson ym. 2008; Soto 2015). Selittämistä voidaan verrata kielentämiseen, sillä kielentäessä oma ajattelu tulee näkyväksi muille, jolloin toiset oppilaat voivat reflektoida ja kehittää omaa matemaattista ajatteluaan (Joutsenlahti 2003). Myös suullisessa arviointitilanteessa opiskelijat näkevät toistensa ratkaisustrategioita, pystyvät vertailemaan niitä omaansa ja joutuvat täsmen-

tämään ja selkeyttämään omia strategioitaan (Carter ym. 2016). Opettajan pyytäessä oppilasta selittämään strategioitaan omin sanoin koko luokan kesken, muut oppilaat kuulevat uusia ratkaisumalleja suoraan toisilta oppilailta, mikä auttaa kehittämään omaa strategiaa reflektion kautta (Higgins 2003).

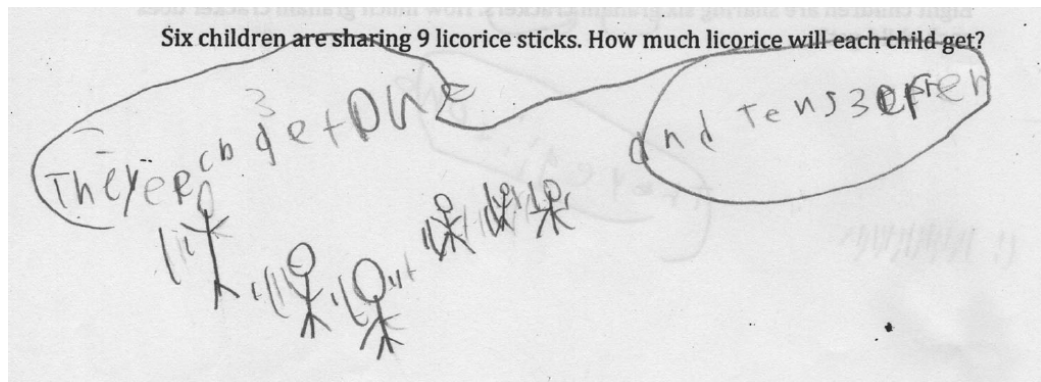
3.4.2 Opettaja

Opettajan ja oppilaan välinen kanssakäyminen perustuu sekä kirjalliseen että suulliseen kommunikaatioon. Suullinen selittäminen hyödyttää oppilaan lisäksi opettajaa sekä arvioinnin että oman opetustyön kehittämisen kannalta. Tässä kappaleessa arvioidaan näitä suullisen selittämisen vaikutuksia opetustyyliin ja sitä kautta oppilaan arviointiin.

Oppilaiden ratkaisustrategioiden tarkka kuuntelu on tärkeää, sillä se korostaa, millaisia strategioita oppilaat käyttävät ja eivät käytä (Higgins 2003; Nelson 2010). Opettaja voi näin kehittää opetustaan ja löytää siihen uusia näkökulmia (Higgins 2003). Vapaaehtoisten suullisten arviointikeskustelujen myötä opettajalle paljastuu väärinkäsityksiä, joiden avulla voidaan ennakoida, mitä aiheita tulee vielä selventää joko yksilöllisesti tai koko ryhmän kanssa (Nelson 2010).

Koska suullinen koe antaa opiskelijalle laajemman mahdollisuuden esitellä osaamistaan, myös opettajan tekemä arviointi on monipuolisempaa (Boedingheimer ym. 2015). Kirjallisessa kokeessa annetun vastauksen on huomattu olevan useammin pinnallinen ja aiheita sivuava, mutta suullisessa kokeessa opettaja voi heti ohjata opiskelijan oikean aiheen pariin ja havaita nopeasti todellisen taitotason. Samoin Odafe (2006) tutki suullisen kuulustelun hyötyjä verrattuna kirjalliseen. Tutkijan mielestä metodin avulla saatiin selville opiskelijoiden väärinymmärryksiä ja voitiin erottaa ulkoa opitut vastaukset. Opettajalla on mahdollisuus korjata erehdyksiä ja antaa välitöntä palautetta (Higgins 2003; Odafe 2006).

Suullinen ratkaisu ei yksin riitä arviointina ja kirjallinen ratkaisukin voi jäädä niukaksi, jos siitä näkee ainoastaan lopputuloksen. Ruutukaappausvideoita hyödyntämällä oppilas voi esittää ratkaisunsa opettajalle vaihe vaiheelta selittäen samalla suullisesti ajatteluaan (Hwang ym. 2006; Soto 2015; Soto ja Ambrose 2016). Hwang, Chen ja Hsu (2006) selvittivät tutkimuksessaan tällaisten ruutukaappausten käyttöä matemaattisen ongelmanratkaisun tukena. Tutkimuksessa käytettiin alustana sille erityisesti luotua verkkopohjaista multimediataulua (multimedia whiteboard system), jonka avulla oppilas



Kuva 1: Kolmasluokkalaisen oppilaan epäselvä kirjallinen ratkaisu (Soto ja Ambrose 2016).

pystyy sekä kirjoittamaan ratkaisunsa että selittämään suullisesti ajatteluun ratkaisun tukena. Kuudesluokkalaiset loivat ratkaisuja murtolukujen ja jakolaskutehtäviin ja selittivät samalla ratkaisustrategiaansa. Tutkimuksessa havaittiin, että osa oppilaista osasi ratkaista tehtäviä aritmeettisesti oikein, mutta ratkaisustrategiaa ei osattu selittää. Oppilas ei siis todellisesti ymmärtänyt ratkaisua vaan osasi ainoastaan käyttää mekaanista ratkaisutapaa.

Samoin Soto ja Ambrose (2016) selvittivät, miten suullinen selitys ongelmanratkaisutehtävässä tukee kirjallista esitystä ja miten oppilaan ratkaisu saatettiin välitettyä opettajalle mahdollisimman hyvin ruutukaappausten avulla. Tutkimuksessa kerättiin näytteitä alakoululaisten tuottamista ratkaisuksista ongelmanratkaisutehtäviin. Kirjallisen vastauksen lisäksi oppilailta kerättiin suullinen selitys ratkaisun tarkastelun tueksi. Tämän jälkeen ryhmä opettajia tarkasteli yksittäisiä ratkaisuja, analysoiden ensin pelkkää kirjallista tuotosta. Tutkimuksessa kuvailtiin esimerkki, jossa kolmasluokkalaisen oppilaan kirjallinen vastaus ongelmaan oli epäselvä eivätkä tutkimukseen osallistuneet opettajat ymmärtäneet ratkaisua ja tuomitsivat oppilaat vastauksen nopeasti esityksen sekavuuden takia (Kuva 1). Kun ratkaisuun lisättiin suullinen selitys, opettajat saivat paremman kuvan oppilaan ajatuksenjuoksusta. Toisessa tapauksessa puolestaan neljäsluokkalainen oppilas oli kirjoittanut oikean ratkaisun tehtävään nopeasti, mutta ei ollut ymmärtänyt, mitä ratkaisussa todella tapahtuu. Oppilaalla oli vaikeuksia ymmärtää murtoluvun käsitettä ja jakolaskua, mikä tuli ilmi vasta, kun oppilas selitti ratkaisuaan. Kirjallisen ja suullisen selityksen yhdistelmällä opettaja saa siis paremman käsityksen oppilaan todellisesta taitotasosta ja siitä, ymmärtääkö oppilas todella ratkaisunsa merkityksen (Hwang ym. 2006; Soto ja Ambrose 2016).

Soto ja Ambrose (2016) arvelevat ruutukaappauksista olevan hyötyä, koska niiden avulla oppilas voisi myöhemmin kuunnella oman selityksensä uudelleen tai tarkastella muiden oppilaiden selityksiä. Lisäksi opettaja voi arvioida ratkaisun yksittäisiä vaiheita tai suullista selitystä eikä pelkkää lopputulosta. Myös Soto (2015) mainitsi samanlaisia ruutukaappauksen etuja tutkimuksessaan.

4 Kritiikkiä

Vaikka suullinen selittäminen on usean tutkimuksen mukaan tehokas oppimiskeino ainakin tietyissä olosuhteissa, useissa tutkimuksissa on myös esitetty kritiikkiä sitä kohtaan. Tässä kappaleessa esitellään suullista selittämistä kohtaan esitettyä kritiikkiä.

Mwangi ja Sweller (1998) eivät löytäneet tutkimuksessaan viitteitä selittämisen hyödyllisyydestä oppilaalle. Alakouluikäisiä oppilaita pyydettiin opiskelemaan valmiita esimerkkejä sanallisiin tehtäviin selittämällä ratkaisun vaiheet ääneen kuvitteelliselle toverille. Odotettua eroa oppimistuloksissa ei kuitenkaan huomattu verrattuna kontrolliryhmään, jossa valmiit esimerkit opiskeltiin hiljaisesti ja itsenäisesti. Tutkijat epäilevät tuloksen johtuvan siitä, että selittäminen ei olisi tehokas työtapana proseduraalista muistia käytettäessä. Selittämisen aikaansaama työmuistin kuormitus voi haitata varsinaista päättelyprosessia, mikä nähtävästi heikentää selittämisen hyötyjä. Samankaltaisiin tuloksiin päätyivät myös Nathan ym. (1994), joiden mukaan selittäminen voi häiritä keskittymistä, muistiin painamista ja palauttamista sekä oppimisprosesseja.

Selitystä ei ole pakko tuottaa itse hyvien oppimistulosten saavuttamiseksi. Crowley ja Siegler (1999) tarkastelivat, miten selityksen tuottaminen vaikuttaa strategian oppimiseen pienillä lapsilla. Tutkimuksessa 6–8-vuotiaille havainnollistettiin ristinollapelissä käytettävää haarukointistrategiaa. Puolet lapsista selittivät tutkijan käyttämän strategian jokaisen siirron jälkeen ja puolet kuuntelivat ennen siirtoa tutkijan selityksen siitä, miksi strategia oli järkevä. Strategian oppimista mitattiin pyytämällä lapsia ennakoimaan tutkijan tekemiä siirtoja sekä tarkkailemalla lasten omaa strategian käyttöä pelissä. Tutkimuksen mukaan strategian selityksen ymmärtäminen helpotti sen yleistämistä erilaisiin tilanteisiin pelilaudalla riippumatta siitä, oliko selitys luotu itse vai kuultu tutkijalta. Oman selityksen tuottaminen ei välttämättä tuo siis suurta hyötyä verrattuna jonkun muun tarjoamaan selitykseen, vaan selityksen ymmärtäminen parantaa oppimista riippumatta sen alkuperästä.

Selittämiseen kuluva aika on koettu useissa tutkimuksissa ongelmalliseksi (Boedingheimer ym. 2015; Carter ym. 2016; McEldoon ym. 2012). Selittämiseen kuluva aika saattaa rajoittaa aiheiden ja läpikäytävän materiaalin määrää (Boedingheimer ym. 2015). Vaikka selittäminen on havaittu hyödylliseksi oppimiskeinoksi kontrolliryhmään verrattaessa, erot lisätehtäviä tehneisiin oppilaisiin ovat melko vaatimattomia (McEldoon ym. 2012). Selittämisellä on havaittu olevan vain pieni positiivinen vaikutus proseduraaliseen tiedon-

siirtoon ja tietoon yhtälön rakenteesta ja vaikka lisätehtävien tekeminen johti kontrolliryhmää korkeampiin pisteisiin lopputestissä, tiedon ymmärryksessä ei ollut suurta eroa. Tämä viittaa siihen, että selittämisellä on vain vähäisiä etuja verrattaessa lisäharjoituksiin. (McEldoon ym. 2012).

Suullinen arviointi voi tuottaa opiskelijoille suunnatonta stressiä eikä se sovi niille, jotka eivät pysty ajattelemaan nopeasti paineen alla (Boedingheimer ym. 2015; Odafe 2006). Suullisen arvioinnin ottaminen osaksi opiskelurutiineja voi kuitenkin helpottaa opiskelijoiden kokemaa jännitystä ja painetta (Boedingheimer ym. 2015). Myös suullisen arvioinnin tuottama suuri työmäärä opettajalle sekä oppilaitosten resurssien puute huolestuttavat tutkijoita (Boedingheimer ym. 2015; Carter ym. 2016).

Pugalee (2004) vertaili suullisen ja kirjallisen selittämisen eroja yhdeksäsluokkalaisten ongelmanratkaisuprosessissa. Oppilaat tuottivat vuorotellen sekä kirjallisia että suullisia selityksiä kirjoittaen tai puhuen kaikki mieleen tulevat asiat ongelmanratkaisuprosessin aikana. Ongelmanratkaisuprosessissa käytetyt strategiat eivät juuri vaihdelleen ryhmien välillä, mutta kirjallisesti selittävät tekivät huomattavasti vähemmän proseduraalisia virheitä, kuten väärän matemaattisen operaation käyttöä, kuin suullisesti selittävät oppilaat. Oppilaat tuottivat enemmän tehtävään perehtymiseen ja sen suorittamiseen liittyviä selityksiä kommunikoidessaan kirjallisesti. Lisäksi kirjallisesti selittäessä tuotettiin suhteessa enemmän oikeita vastauksia kuin suullisesti selittäessä. Tutkimuksen tulokset viittaavat siihen, että kirjallinen selittäminen tukee metakognitiivisia prosesseja paremmin kuin suullinen. Tajika ym. (2006) saivat kuitenkin päinvastaisia tuloksia vertaillen suullista selittämistä kirjalliseen. Tajika ym. (2006) vertasivat tutkimustaan suullisesta selittämisestä aiempaan tutkimukseensa (Tajika ja Nakatsu 2005), joka poikkesi tutkimusasetelmaltaan ainoastaan siinä, että selityksiä ei tuotettu ääneen vaan kirjallisesti. Kirjallisten selitysten osalta ei löydetty samanlaista eroa siirtovaikutusta mittaavissa tehtävissä selittäneiden ja hiljaisesti opiskelleiden välillä kuin suullisten selitysten osalta. Tajika ym. (2006) epäilee tämän johtuvan siitä, että oppilaat tuottivat enemmän selityksiä ääneen kuin kirjallisesti mitattuna.

Suulliseen selittämiseen liittyvien tutkimusten positiivisten tulosten takana olevia todellisia tekijöitä on kyseenalaistettu. Wong ym. (2002) epäilivät tutkimustulosten johtuvan osittain selittämiseen kuluneesta ajasta. Tehtäviin käytettyä aikaa on myös säädelty kontrolliryhmällä esimerkiksi luetuttamalla esimerkit kahdesti (Nathan ym. 1994). Renkl ym. (1998) havaitsivat kuitenkin tutkimuksessaan, että tehtävään käytetty aika ei ollut kytköksissä suo-

ritukseen. On löydetty todisteita myös siitä, että selittämiseen kuluvan ajan käyttäminen tavallisiin opiskelumetodeihin, kuten ylimääräisten tehtävien tekoon, ei ole tuonut samanlaisia hyötyjä kuin selittäminen opiskelumetodina (Nelson 2010; Renkl 1997).

Berardi-Coletta ym. (1995) puolestaan havaitsivat, että selittämisen kautta saadut positiiviset oppimistulokset soveltavissa tehtävissä johtuvat pikemminkin ratkaisun tuottamiseen vaadittavasta metakognitiivisesta prosessoinnista kuin selittämisestä itsestään. Aiemmissa tutkimuksissa havaittiin, että ongelmaan prosessointiin keskittyvä metakognitiivinen ryhmä suoritui ongelmanratkaisutehtävästä paremmin, kuin vain ääneen ajatellut tai hiljaisesti työtä tehnyt ryhmä. Berardi-Coletta ym. (1995) jatkoi tutkimussarjaa toisintamalla aiemman tutkimuksensa, mutta tällä kertaa tutkimuksessa oli vain kaksi ryhmää, metakognitiivinen ja kontrolli, ja ryhmiä pyydettiin ääneen ajattelun sijaan olemaan hiljaa. Tutkimuksessa käytettiin Hanoi torni-ongelmaa ja metakognitiiviselle ryhmälle annettiin ratkaisuprosessiin keskittyviä kysymyksiä, joiden avulla ajatella ongelmanratkaisua. Vaikka tutkimuksessa ei selitetty tai ajateltu ääneen, tulokset olivat samat kuin sarjan ensimmäisessä tutkimuksessa eli metakognitiivinen ryhmä suoriutui ongelmanratkaisusta selvästi kontrolliryhmää paremmin. Tämä osoittaa, että ongelman selittäminen ääneen ei ole keskeistä, vaan pikemmin ajattelun muutos prosessorientoineeksi.

Matthews ja Rittle-Johnson (2009) huomasivat, että käsitteellisen ohjeistuksen hyödyt voivat joissain tapauksissa syrjäyttää selittämisen tuomat edut. Oppilaat jaettiin kahteen ryhmään, joista toisessa ratkaisu yhtälöongelmaan selitettiin ääneen ja toisessa ei. Molemmille ryhmille oli annettu käsitteellinen ohjeistus ennen ongelmanratkaisua eli opetettu yhtäsuuruusmerkin merkityksestä. Tutkimuksen mukaan selittämisellä ei ole vaikutusta oppimiseen, kun oppilaille annetaan käsitteellinen ohjeistus. Selittämistä hyödyllisempää olisi siis antaa oppilaalle oikeanlainen ohjeistus.

5 Johtopäätökset

Pro gradu -tutkielmani tarkoituksena oli selvittää suullisen selittämisen vaikutuksia matemaattiseen ongelmanratkaisuprosessiin ja oppimiseen sekä etsiä selittämisen tehokkuuteen vaikuttavia tekijöitä ja tarkastella selittämistä osana arviointia. Tässä kirjallisuuskatsauksessa käsiteltyjen tutkimusten pohjalta voidaan todeta, että selitysten tuottaminen suullisesti ongelmanratkaisuprosessin aikana edistää oppimista. Sekä proseduraalista että käsitteellistä oppimista voi edistää selittämällä, mutta ohjeistukseen tulee kiinnittää huomiota parhaiden oppimistulosten aikaansaamiseksi. Suullisen selittämisen positiivinen vaikutus huomataan aina pienistä lapsista aikuisikään saakka ja selittämistä voidaan käyttää hyödyksi sekä helppoja suoraviivaisia tehtäviä että soveltavampia tehtäviä harjoitellessa. Tulokset oppimisessa voivat kuitenkin vaihdella tehtävätyypistä riippuen ja selittämisen on havaittu olevan hyödyllistä etenkin sanallisten tehtävien parissa. Selittäminen voi edistää ratkaisumenetelmän oppimista ymmärryksellä, ei pelkkänä ulkoa opittuna algoritmia. Tämän on todettu auttavan etenkin heikkojen oppilaiden oppimisprosessia.

Kaikenlainen selittäminen ei kuitenkaan ole ongelmanratkaisuprosessin ja oppimisen kannalta hyödyllistä. Hyviä selitysmalleja ovat päättelyyn ja perusteluun liittyvät syvälliset, suunnitelmalliset ja tavoitteelliset ajattelutavat. Hyvän selittäjän selitykset ovat yksityiskohtaisia ja niissä viitataan matemaattisiin sääntöihin. Heikot selitykset ovat puolestaan pinnallisia ja ratkaisun vaiheita toistavia. Heikko selittäjä ei käytä tehtävään paljon aikaa, tuottaa vain vähän selityksiä tai selventää omaa selitystään toimintansa sijaan.

Spontaanin selittämisen sijaan selittämistä tulisikin harjoitella ja oppilaita pitäisi ohjata oikeanlaisten selittämismallien pariin mahdollisimman hyvien oppimistulosten varmistamiseksi. Valmiilla selittämiseen ohjaavilla kysymyksillä voidaan kannustaa oppilasta analysoimaan ja selittämään ratkaisuvaiheita sekä arvioimaan omaa ymmärrystään. Itse luodun ratkaisun selittäminen ratkaisuprosessin aikana ei välttämättä ole hyödyllistä kognition ylikuormittumisen takia. Sen sijaan opiskelussa kannattaa hyödyntää valmiiden esimerkkiratkaisujen ja myös väärin ratkaisujen selittämistä. Vaikka ääneen selittäminen ei varsinaisesti auttaisi oppilasta ongelmanratkaisussa, voidaan sitä hyödyntää ainakin ongelmanratkaisutekniikoita kehittäessä. Tekniikoita voitaisiin kehittää ääneen, koska tällöin oppilaalle voidaan antaa palautetta ja hänen todellinen taitotasonsa saadaan selville. Hiljaiseen työskentelyyn voitaisiin siirtyä tekniikan oppimisen jälkeen.

Suullinen selittäminen on avuksi monipuolisessa ja tasavertaisessa arvioinnissa sekä oppilaalle että opettajalle. Suullisista arviointikeskusteluista on todettu olevan hyötyä oppimisen ja opetustyön kannalta. Kurssin aikaista formatiivista arviointia voitaisiin harjoittaa juuri selittämisen ja suullisten arviointikeskustelujen avulla. Näin voitaisiin seurata paremmin oppilaiden todellista taitotasoa ja ymmärryksen laatua, sillä opetustyön jatkuva kehittäminen ja muokkaaminen oppilaiden tarpeisiin on kuitenkin avainasemassa tasokasta opetusta tavoitellessa. Suullinen arviointi ei toki matematiikan osalta voi korvata kirjallista, mutta sen ottaminen kirjallisen arvioinnin tueksi toisi arviointiin ja huomattavasti enemmän vaihtelevuutta.

Suullista selittämistä kohtaan on esitetty myös paljon kritiikkiä. Esimerkiksi kirjallisen selittämisen on havaittu olevan jopa tehokkaampaa kuin suullinen selittäminen. Suullisen selittämisen voidaan kuitenkin todeta tuovan opiskeluun eri tavalla vaihtelevuutta, kuin kirjallisen selittämisen, sillä suullinen ilmaisu saattaa olla joillekin kirjallista vahvempaa ja suullisesti ajatuksia pysyy jakamaan helpommin suuremman ryhmän kesken. Suullinen selittäminen pitäisi siis pikemminkin ottaa opiskeluun kirjallisen työskentelyn tueksi, ei niinkään korvaavaksi tai erilliseksi metodiksi.

Selittämiseen kuluva aika on yksi suurimmista huolista. Tavallisesti tulee kuunnella jokaisen oppilaan selitykset erikseen, jotta saadaan tietoa yksittäisen oppilaan taitotasosta ja ymmärryksestä. Teknologian ja multimediasovellusten avulla jokaisen oppilaan selitys voidaan kuitenkin tallentaa ruutukaappauksena, jota voidaan tarkastella jälkikäteen. Tällaisten ruutukaappausten avulla kaikki oppilaat voisivat työskennellä samaan aikaan tai esimerkiksi kotona. Opettaja voi kuunnella valittuja ruutukaappauksia ja myös muut oppilaat voivat arvioida toistensa työtä ja reflektoida omaansa. Kaikkien ruutukaappausten arvioimiseen kuluisi tietysti huomattavan paljon aikaa, mutta oppilaiden ratkaisujen tarkastelua voisi rajoittaa muutama ratkaisuun kerrallaan. Ruutukaappausten tekeminen ei kuitenkaan ole itsestäänselvyys. Vaikka suomalainen koulujärjestelmä on siirtymässä yhä enemmän digitaaliseen maailmaan ja teknologia-avusteisen oppimisen pariin, kaikilla oppilaitoksilla ei ole resursseja esimerkiksi tablettien hankkimista varten. Ruutukaappaus ei myöskään vastaa oikean opettajan läsnäoloa, sillä opettaja ei voi reaaliajassa kommentoida ratkaisua tai ohjata oppilasta oikean strategian pariin.

Vaikka tässä katsauksessa käsiteltyjen tutkimusten lähtökohdat eivät vastaa tavanomaista luokkahuoneopetusta, selittämisen metodia voisi helposti soveltaa matematiikan oppitunnilla. Matematiikan kirjat sisältävät usein valmiita

esimerkkejä, joita itselleen tai ryhmän muille jäsenille selittämällä oppilas voisi ymmärtää esimerkin vaiheet syvällisemmin välttämällä pelkän menettelytavan oppimisen. Koska selittäminen yleisölle voi olla tehokkaampaa kuin ainoastaan itselle selittäminen, yhteiseen luokkahuonekeskusteluun voisi panna entistä enemmän. Selittämistä voitaisiin harjoittaa oppitunnilla koko luokan kesken yhteisiä laskutehtäviä tarkistettaessa pyytämällä oppilaita selostamaan käyttämiään ratkaisustrategioita. Tällöin sekä toiset oppilaat että opettaja kuulisivat eri vaihtoehtoja tehtävän ratkaisuun, jolloin niitä voitaisiin soveltaa omaan työskentelyyn. Koska oleellista ei näytä olevan selityksen luominen, vaan pikemminkin sen ymmärtäminen, selitysmallien jakamisesta ryhmän kesken voi olla tässäkin suhteessa erityistä hyötyä. Myös aiemmin mainittuja ruutukaappauksia voitaisiin harjoittaa ajan säästämiseksi ja selitysten tallentamiseksi. Ongelmanratkaisua voitaisiin harjoittaa ryhmissä tai pareittain, jolloin oppilaat voisivat omaksua ratkaisustrategioita toisiltaan. Ryhmälle selittämisen kannalta täytyy tietysti ottaa huomioon, että jokainen ryhmässä olija ymmärtää toistensa selitykset ja uskaltaa nostaa kysymyksiä ja kritiikkiä esille. Selittämisen metodologia kannattaa myös harjoitella etukäteen mahdollisimman suuren hyödyn tuottamiseksi.

Matematiikan lisäksi opittuja selittämismetodeja voisi soveltaa toki myös muihin oppiaineisiin. Suullisen selittämisen on todettu olevan hyödyllistä esimerkiksi muissa luonnontieteissä ja käsitteitä opiskeltaessa metodologia voidaan harjoittaa myös laajemmin. Hienoa olisikin, että selittämisen metodologia tuotaisiin harjoittelun kautta luontaiseksi osaksi opiskelua ja perinteisen kirjallisen ilmaisun tueksi takaamaan opetussuunnitelmassa esitetyt oppimisen monipuolisuuden kriteerit.

Viitteet

- Berardi-Coletta B., Buyer L., Dominowski R. & Rellinger E. 1995. *Metacognition and Problem Solving: A Process-Oriented Approach*. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 21(1), 205–223.
- Boedingheimer R., Ghrist M., Peterson D. & Kallemyn B. 2015. *Individual Oral Exams in Mathematics Courses: 10 Years of Experience at the Air Force Academy*. PRIMUS, 25(2), 99–120.
- Calin-Jageman R. & Horn Ratner H. 2005. *The Role of Encoding in the Self-Explanation Effect*. Cognition and Instruction, 23(4), 523–543.
- Carter J. D., Helliwell D., Henrich A., Principe M. & Slougher J. M. 2016. *Improving Student Success in Calculus at Seattle University*. PRIMUS, 26(2), 105–124.
- Chi M., Bassok M., Lewis M., Reimann P. & Glaser R. 1989. *Self-Explanations: How Students Study and Use Examples in Learning to Solve Problems*. Cognitive Science, 13, 145–182.
- Crowley K. & Siegler R. 1999. *Explanation and Generalization in Young Children's Strategy Learning*. Child Development, 70(2), 304–316.
- Curry L. 2002. *Does the elicitation of self-explanation of correct and incorrect solutions improve college students' problem solving abilities?* (Master's thesis). University of Florida.
- Ericsson K. A. & Simon H. A. 1998. *How to Study Thinking in Everyday Life: Contrasting Think-Aloud Protocols With Descriptions and Explanations of Thinking*. Mind, Culture and Activity, 5(3), 178–186.
- Higgins S. 2003. *Parlez-vous mathematics?* Teoksessa Thompson I. (toim.) Enhancing Primary Mathematics Teaching. McGraw-Hill Education.
- Hwang WY., Chen NS. & Hsu RL. 2006. *Development and evaluation of multimedia whiteboard system for improving mathematical problem solving*. Computers & Education, 46, 105–121.
- Joutsenlahti J. 2003. *Kielentäminen matematiikan opiskelussa*. Teoksessa Virta A. & Marttila O. (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turku: Turun opettajankoulutuslaitos. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72, 188–196.

- Matthews P. & Rittle-Johnson B. 2009. *In pursuit of knowledge: Comparing self-explanations, concepts, and procedures as pedagogical tools*. Journal of Experimental Child Psychology, 104, 1–21.
- McEldoon K., Durkin K. & Rittle-Johnson B. 2012. *Is self-explanation worth the time? A comparison to additional practice*. British Journal of Educational Psychology, 83(4), 615–632.
- Mwangi W. & Sweller J. 1998. *Learning to Solve Compare Word Problems: The Effect of Example Format and Generating Self-Explanations*. Cognition and Instruction, 16(2), 173–199.
- Nathan M., Mertz K. & Ryan R. 1994. *Learning through self-explanation of mathematics examples: Effects of cognitive load*. Paper presented at the 1994 Annual Meeting of The American Educational Research Association.
- Nelson M. 2010. *Oral Assessments: Improving Retention, Grades, and Understanding*. PRIMUS, 21(1), 47–61.
- Neuman Y. & Schwarz B. 1998. *Is self-explanation while solving problems helpful? The case of analogical problem-solving*. British Journal of Educational Psychology, 68, 15–24.
- Neuman Y. & Schwarz B. 2000. *Substituting one mystery for another: the role of self-explanations in solving algebra word problems*. Learning and Instruction, 10, 203–220.
- Neuman Y., Leibowitz L. & Schwarz B. 2000. *Patterns of Verbal Mediation During Problem Solving: A Sequential Analysis of Self-Explanation*. The Journal of Experimental Education, 68(3), 197–213.
- Odafe V. 2006. *Oral examination in college mathematics: An alternative assessment technique*. PRIMUS, 16(3), 243–256.
- Opetushallitus 2014. *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*.
- Pugalee D. 2004. *A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes*. Educational Studies in Mathematics, 55, 27–47.
- Renkl A. 1997. *Learning from Worked-Out Examples: A Study on Individual Differences*. Cognitive Science, 21(1), 1–29.
- Renkl A., Stark R., Gruber H. & Mandl H. 1998. *Learning from Worked-Out Examples: The Effects of Example Variability and Elicited Self-Explanations*. Contemporary Educational Psychology, 23, 90–108.

- Rittle-Johnson B. 2006. *Promoting transfer: Effects of Self-Explanation and Direct Instruction*. Child Development, 77(1), 1–15.
- Rittle-Johnson B., Saylor M & Swygert K. 2008. *Learning from explaining: Does it matter if mom is listening?* Journal of Experimental Child Psychology, 100, 215–224.
- Siegler R. (1995). *How does change occur: A microgenetic study of number conservation*. Cognitive Psychology, 28, 225–273.
- Siegler R. (2002). *Microgenetic studies of self-explanation*. Teoksessa N. Garnott & J. Parziale (toim.), Microdevelopment: A process-oriented perspective for studying development and learning. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Soto M. 2015. *Elementary Students' Mathematical Explanations and Attention to Audience with screencasts*. Journal of Research on Technology in Education, 47(4), 242–258.
- Soto M. & Ambrose R. 2016. *Making students' mathematical explanations accessible to teachers through the use of digital recorders and iPads*. Learning, Media and Technology, 41(2), 213–232.
- Tajika H. & Nakatsu N. 2005. *Using a Metacognitive Strategy to Solve Mathematical Word Problems*. The Bulletin of Aichi University Education, 54, 1–9.
- Tajika H, Nakatsu N. & Nozaki H. 2006. *The Effect of Self-explanation on Solving Mathematical Word Problems*. Bulletin of Educational Research and Curriculum Development of the Aichi University of Education, 9, 1–8.
- Wong R., Lawson M. & Keeves J. 2002. *The effects of self-explanation training on students' problem solving in high-school mathematics*. Learning and Instruction, 12, 233–262.